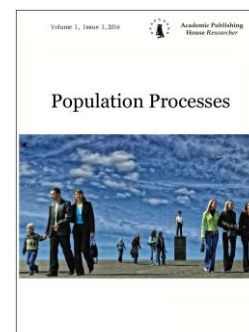


Copyright © 2016 by Academic Publishing House *Researcher*

Published in the Russian Federation  
Population Processes  
Has been issued since 2016.  
E-ISSN: 2500-1051  
Vol. 2, Is. 2, pp. 56-64, 2016

DOI: 10.13187/popul.2016.2.56  
[www.ejournal44.com](http://www.ejournal44.com)



UDC 004.942

## The Research of Opportunities to Improve Life Expectancy in Russian Based on Mathematical Multifactor Models

Elena G. Ryaposova <sup>a</sup><sup>a</sup> Perm National Research Polytechnic University, Russian Federation

### Abstract

The urgency of research of influence of various factors on the level of life expectancy in Russia is illustrated. The type of model is selected and multifactor linear model is built, which describes the dynamics of the level of life expectancy and the influence of factors such as the level of wages, the dollar exchange rate, the number of doctors, consolidated budget expenditures on health care. The forecast of the selected factors is produced for forecast level of life expectancy. The regularities of changes in the dynamics of the level of life expectancy, depending on the level of wages are described.

**Keywords:** modeling, forecasting, life expectancy.

### Введение

Ожидаемая продолжительность жизни (показатель средней продолжительности предстоящей жизни) – важнейший интегральный демографический показатель, характеризующий уровень смертности населения. Упрощенно говоря, он обозначает среднее количество лет предстоящей жизни человека, достигшего данного возраста. Как правило, под «ожидаемой продолжительностью жизни» понимают ожидаемую продолжительность жизни при рождении, то есть в возрасте 0 лет (**Ожидаемая продолжительность**).

### Обсуждение и результаты

Уровень ожидаемой при рождении продолжительности жизни – это, по сути, некий общий показатель благополучия, спокойствия, безопасности и развития медицины в отдельно взятой стране в данный момент времени. За последние 15 лет уровень ожидаемой продолжительности жизни в России заметно повысился.

В решение данной проблемы большой вклад внесли:

1) Национальный проект «Здоровье» – программа по повышению качества медицинской помощи, объявленная президентом Российской Федерации В.В. Путиным, стартовавшая 1 января 2006 года (**Национальный проект**).

2) послание Президента РФ Федеральному собранию 2006 г., основной темой которого являлась демографическая ситуация в стране. Президент охарактеризовал демографическую проблему как самую острую проблему в современной России (**Послание Федеральному**).

3) указ от 9 октября 2007 г. в котором Президент РФ утвердил Концепцию демографической политики до 2025 г. Целями данной демографической политики

определено создание условий для роста численности населения страны до 145 млн. человек и увеличение ожидаемой продолжительности жизни до 75 лет. Основными задачами, согласно Концепции, являются: сокращение уровня смертности граждан в 1,6 раза, прежде всего в трудоспособном возрасте; укрепление здоровья населения; существенное снижение уровня заболеваемости социально значимыми и опасными для окружающих болезнями ([Указ Президента](#)).

По данным Росстата в 2014 г. ожидаемая продолжительность жизни в России составила 71 год ([Федеральная служба](#)).

Если сравнить Россию по уровню ожидаемой продолжительности жизни с развитыми и некоторыми развивающимися странами, то можно увидеть, что наша страна по этому параметру все еще существенно отстает. Согласно данным «Всемирной книги фактов», в настоящий момент Россия по уровню ожидаемой продолжительности жизни находится на 152 месте в рейтинге, составленном из 224 государств и территорий, по которым имеются соответствующие сведения. В этом списке нашу страну опережает не только большинство постсоветских стран, включая Азербайджан, Армению, Грузию, Казахстан и Узбекистан, но и такие развивающиеся государства как Алжир, Бангладеш, Гондурас ([Белобородов, 2014](#)). Уровень ожидаемой продолжительности жизни в США – 78.7 лет, в Германии – 81 год, в Японии – 83.1 года, т.е. уровню ожидаемой продолжительности жизни в России еще есть, куда расти.

Широко распространенным методом повышения социально-экономической эффективности является информационная поддержка принятия решений, позволяющая при помощи экономических (эконометрических) моделей прогнозировать развитие социально-экономических систем и выбирать решения, ведущие к наибольшему росту их эффективности ([Затонский, Сиротина, 2014](#)).

Для моделирования социально-экономических систем традиционно применяются:

- Трендовые модели (ТрМ), основная цель которых сделать прогноз о развитии изучаемого процесса на предстоящий промежуток времени. Все трендовые модели подразделяются на те, которые подтверждают тренд и те, которые предупреждают о смене тренда. В каждом отдельном случае вырисовывается своя модель и на основе уже изученного и проанализированного предполагаются некоторые базисные модели, способные помочь трейдеру спрогнозировать поведение тренда в настоящем времени ([Что представляет собой](#)).

- Линейные многофакторные модели (ЛММ) Многофакторная линейная эконометрическая модель устанавливает линейную зависимость между одним показателем и несколькими факторами. ЛММ обладают простотой получения и ясностью экономической интерпретации ([Многофакторные и нелинейные уравнения](#)).

- Авторегрессионные модели являются исключительно полезными для описания некоторых встречающихся на практике временных рядов. В этих моделях текущее значение процесса выражается как конечная линейная совокупность предыдущих значений процесса и импульса ([Авторегрессионные модели](#)).

- Модели в пространстве состояний (МПС) позволяют применить к исходной модели широкий спектр стандартных процедур, включая оценивание и прогнозирование ([Эконометрический ликбез](#)).

Наиболее подходящими для задач прогнозирования считаются факторные модели: линейная многофакторная модель и модель в пространстве состояний ([Орлов, 2002](#)). Прогнозирование по модели предполагает следующие действия: определение критерия, факторов, целей прогнозирования; формирование гипотез и принятие допущений; сбор необходимой информации; выбор модели; анализ модели; прогнозирование; проверка адекватности модели ([Ланкин, 2005](#)).

Перейдем к выбору и построению модели уровня ожидаемой продолжительности жизни в России. В качестве критерия выберем количество лет ожидаемой продолжительности жизни, данные о которых находятся в открытом доступе на сайте Росстата. Из числа общедоступных годовых рядов выберем управляемые и неуправляемые факторы, которые могут влиять на уровень ожидаемой продолжительности жизни в России, а именно:

- МРОТ;
- Среднегодовая численность занятых в здравоохранении;
- Расходы консолидированного бюджета на здравоохранение;
- Количество больничных организаций.

Выбор факторов не противоречит здравому смыслу, так как уровень ожидаемой продолжительности жизни напрямую зависит от медицинского обслуживания и материального благосостояния населения.

**Таблица 1.** Выбор управляемых и неуправляемых факторов

Год	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Номер года	1	2	3	4	5	6
Ожидаемая продолжительность жизни, лет	64,95	64,84	65,31	65,37	66,69	67,61
Расходы консолидированного бюджета на здравоохранение, % к ВВП	2,3	2,2	2,2	3,7	3,6	4,2
МРОТ, в % к прожиточному минимуму.	16,1	20,2	24	22,9	22	27,5
Среднегодовая численность занятых в здравоохранении в % от среднегодовой численности занятых в экономике	7,0	7,1	7,1	6,6	6,8	6,8
Количество больничных организаций, тыс.	10,3	10,1	9,8	9,5	7,5	6,8

**Таблица 1 (продолжение)**

Год	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Номер года	7	8	9	10	11	12	13
Ожидаемая продолжительность жизни, лет	67,99	68,78	68,94	69,83	70,24	70,76	70,93
Расходы консолидированного бюджета на здравоохранение, % к ВВП	3,7	4,3	3,7	3,5	3,7	3,5	3,5
МРОТ, в % к прожиточному минимуму.	48,4	78,8	72,7	62	67,5	68,2	67,1
Среднегодовая численность занятых в здравоохранении в % от среднегодовой численности занятых в экономике	6,8	6,9	6,8	6,8	6,7	6,7	6,6
Количество больничных организаций, тыс.	6,5	6,5	6,3	6,3	6,2	5,9	5,6

Факторы, обладающие низким коэффициентом корреляции с выбранным критерием, подлежат исключению. Корреляция между рядами переменных  $x$  и  $y$  рассчитывается по формуле (**Формула коэффициента**):

$$r_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum (y_i - \bar{y})^2}}$$

где  $x_i$  – значения переменной  $x$ ;  $y_i$  – значения переменной  $y$ ;  $\bar{x}$  – среднее арифметическое

для переменной  $x$ , рассчитывающееся по формуле:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k$$

$\bar{y}$  – среднее арифметическое для переменной  $y$ .

Анализ факторов показал, что из числа выбранных факторов ничего исключать не надо: корреляция с критерием:

- 1) среднегодовой численности занятых в здравоохранении -0,6315;
- 2) расходов консолидированного бюджета на здравоохранение 0,597;
- 3) количества больничных организаций -0,9456;
- 4) МРОТ 0,8938.

Для исключения влияния размерности нормируем факторы и критерий по формуле:

$$\tilde{y}(t) = \frac{y(t) - y_{\min}}{y_{\max} - y_{\min}},$$

где  $y_{\min} = \min_t y(t)$ . Факторы нормируются аналогично. Далее все формулы приведены для нормированных значений факторов и критерия, знак тильды опущен для простоты.

Построим линейную многофакторную модель динамики рождаемости в России за период с 2002 г. по 2014 г. вида:

$$y(t) = a_0 + \sum a_i \cdot x_i(t)$$

где:  $a_0, a_i$  – коэффициенты модели;  $x_i(t)$  – значение фактора.

Для определения коэффициентов будем минимизировать квадратичное отклонение статистических данных от расчетных по формуле:

$$S = \sum (y(t) - y_{\text{расч}}(t))^2 \rightarrow \min$$

где  $S$  – квадратичное отклонение;  $y_{\text{расч}}(t)$  – расчетное значение критерия.

Минимизацию произведем с использованием мастера «поиск решения» *MS Excel*.

В результате получили коэффициенты линейной многофакторной модели:  $a_0 = -0,7911$ ,  $a_1 = 0,2125$ ,  $a_2 = 0,3306$ ,  $a_3 = -0,1558$ ,  $a_4 = -0,0865$ . Следовательно, фактор 3 оказывает большее влияние на систему, чем фактор 2. Квадратичная погрешность аппроксимации ЛММ  $S = 0,0591$ .

Проверим так же другие распространенные модели на применимость в данной системе. Авторегрессионные модели 1, 2- го порядка вида:

$$y(t) = a_0 + \sum_{j=1}^N a_j \cdot y(t_{i-j})$$

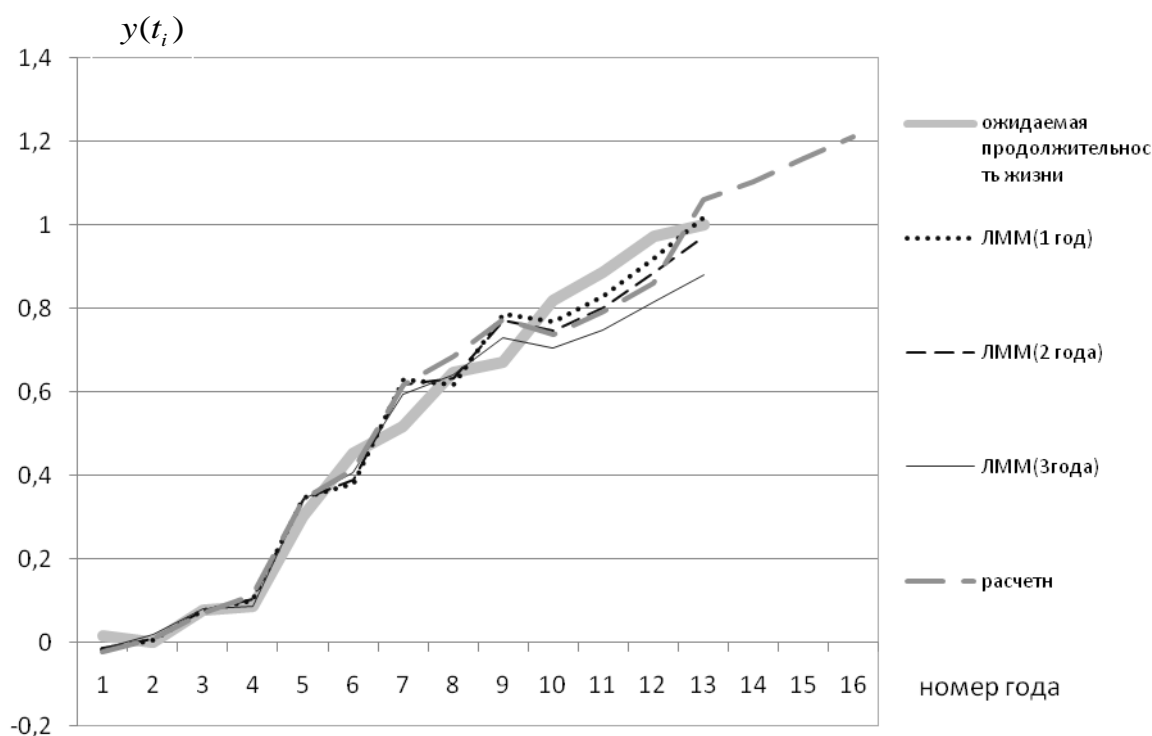
где:  $N$  – порядок модели;  $a_0, a_j$  – коэффициенты модели.

При помощи мастера «поиск решения» получаем коэффициенты.

Авторегрессионная модель 1-го порядка:  $a_0 = 0,0721$ ,  $a_1 = 1,0334$ ; квадратичная погрешность аппроксимации  $S = 0,0565$ .

Авторегрессионная модель 2-го порядка:  $a_0 = 0,0332$ ,  $a_1 = 1,8593$ ,  $a_2 = -0,9083$ ; квадратичная погрешность аппроксимации  $S = 0,0187$ .

Достаточно большая погрешность аппроксимации авторегрессионных моделей 1, 2-го порядков исключает возможность использования этих моделей, следовательно, развитие системы зависит от факторов, влияющих на нее.



**Рис. 1.** Аппроксимация ожидаемой продолжительности жизни ЛММ на 1, 2, 3 года

Проанализировав вышеприведенные графики, можно сделать вывод, что линейно-многофакторная модель неплохо описывает динамику ожидаемой продолжительности жизни.

Целью данной работы является поддержка принятия решений в области, связанной с контролем уровня ожидаемой продолжительности жизни в России, следовательно, нас интересуют прогнозы, которые можно получить, применив ранее выбранные модели (ЛММ, авторегрессионная модель 1,2 порядка). Для проверки возможности прогнозирования можно применить широко распространенный метод построения прогноза, который позволяет получить результаты реакции системы при ряде известных факторов на несколько лет. Так же методом построения прогноза можно определить горизонт прогнозирования.

**Таблица 2.** Постпрогноз линейной многофакторной модели на 3 года

2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
-0,01357	0,01975	0,0810096	0,087379664	0,34233	0,407462	0,59581	0,640194	0,731442	0,705892	<b>0,748562</b>	<b>0,817369</b>	<b>0,882151271</b>

**Таблица 3.** Погрешность постпрогноза ЛММ

	Постпрогноз на 1 год	2 года	3 года
ЛММ	-1,8	2,8	11,8

Выберем модель ЛММ для дальнейшего прогнозирования. Горизонт прогноза выберем, равным 3 годам, так как только на этот срок прогноз можно вычислить с наибольшей точностью.

Спрогнозируем развитие системы в зависимости от влияния неуправляемого фактора ( $x_3$  среднегодовая численность занятых в здравоохранении).

Построим линейные модели развития факторов вида

$$x(t) = a + b \cdot t$$

где:  $x(t)$  – значение фактора;  $a, b$  – коэффициенты модели;  $t$  – время.

Величина достоверности аппроксимации  $R^2$  для:  $x_3, x_4$  – от 0,9... 0,95; для  $x_1$  – 0,26; для  $x_2$  – 0,73

Построим квадратичную модель развития фактора  $x_3$  и  $x_4$  вида

где:  $x(t)$  – значение фактора;  $a, b$  – коэффициенты модели;  $t$  – время.

Величина достоверности аппроксимации  $R^2$  для  $x_1$  – 0,65; для  $x_2$  – -0,38;

Выраженную линейную аппроксимацию имеют  $x_3$  и  $x_4$ , фактор  $x_1$  и  $x_2$  – не имеют выраженной линейной или квадратичной аппроксимации, поэтому в прогнозе будем использовать последние значения этих факторов (за 2014 г.).

Прогноз уровня ожидаемой продолжительности жизни в России на 2015–2017 г. линейной многофакторной моделью, при спрогнозированных линейной моделью неуправляемых ( $x_3$  среднегодовая численность занятых в здравоохранении) и управляемых ( $x_2$  МРОТ) факторах (табл. 4).

**Таблица 2.** Прогнозы критерия и факторов

	2015	2016	2017
Номер года	1	2	3
$U_{расч}$	1,1045	1,1578	1,2111
$x_2$	0,8134	0,8134	0,8134
$x_3$	-0,1	-0,22	-0,34

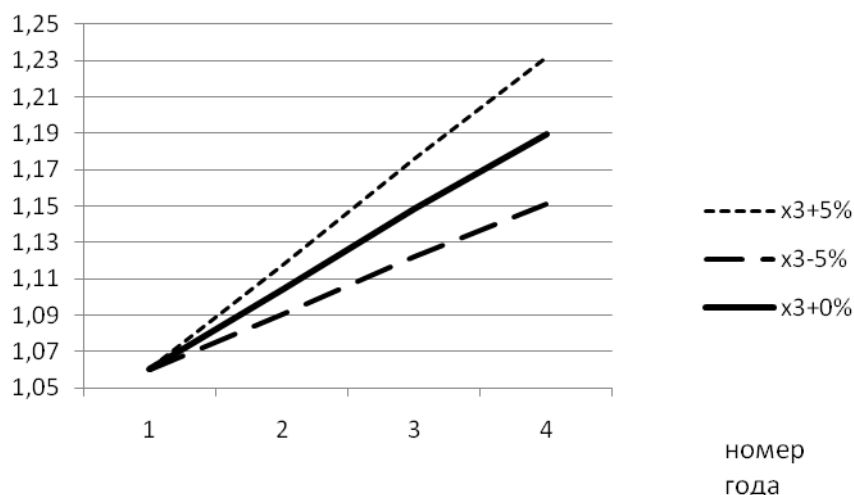
Будем использовать последнее значение неуправляемого фактора  $x_3$  (2017 г.). Изменяя на  $\pm 5\%$  тенденцию развития фактора, получим прогноз развития системы (табл. 5, рис. 2).

**Таблица 3.** Прогноз развития системы при различном значении  $x_3$ 

Изменение фактора	$x_3-5\%$	$x_3+0\%$	$x_3+5\%$
Реакция	1,1896	1,2111	1,2349

Наихудшим вариантом развития ситуации является уменьшение неуправляемого фактора  $x_3$  на 5%, при котором уровень развития системы снижается на 1,8 %.

$$y(t_i)$$

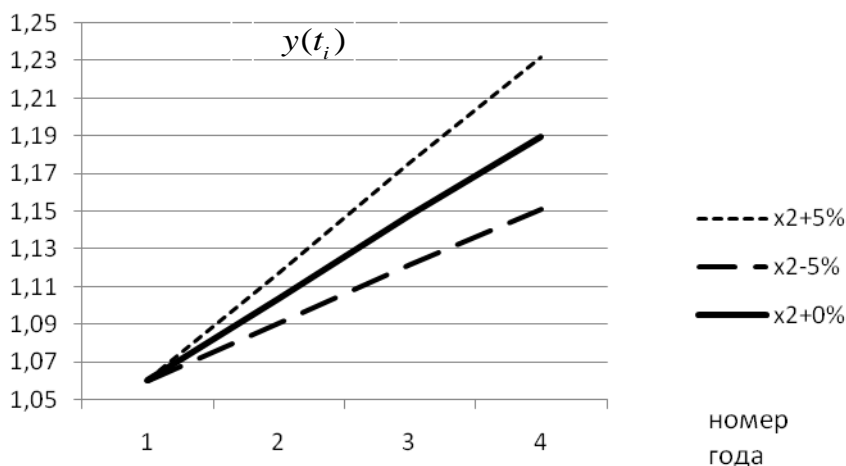


**Рис. 2.** Прогноз развития системы 2015-2017 г. при различном значении  $x_3$

Исследуем возможность изменения влияния негативного фактора на систему, посредством изменения управляемого фактора ЛПР. Для этого проведем изменение управляемого фактора ( $x_2$  МРОТ) на  $\pm 5\%$ . И определим степень его воздействия на состояние системы при наихудшем прогнозе неуправляемого фактора  $x_3-5\%$  (табл. 6).

**Таблица 4.** Оценка возможности компенсации негативных воздействий неуправляемых факторов

	$x_2 -5\%$	$x_2 +0\%$	$x_2 +5\%$
$x_3-5\%$	1,1512	1,1896	1,232



**Рис. 3.** Воздействие управляемого фактора на систему при  $x_3-5\%$

### Заключение

Уровень ожидаемой продолжительности жизни в последние несколько лет повышается, это показывают данные, полученные в ходе моделирования. Если на систему не будут воздействовать негативные факторы, данный рост продолжится. Однако при

определенном развитии неуправляемых факторов состояние системы может, как улучшиться, так и ухудшиться.

Например, при наихудшем развитии неуправляемого фактора  $x_3$  (среднегодовая численность занятых в здравоохранении), то есть при понижении на 5 % уровень развития системы снижается. Данную ситуацию можно исправить регулированием управляемого фактора  $x_2$  (МРОТ). При уменьшении данного фактора на 5 % уровень ожидаемой продолжительности жизни уменьшится на 3,2 %, однако, при его увеличении на 5 % уровень ожидаемой продолжительности жизни повысится на 3,6 %. Однако при увеличении среднегодовой численности занятых в здравоохранении, ожидаемая продолжительности жизни повысится на 16,5 % даже без регулирования управляемого фактора, то есть без увеличения МРОТ.

### Примечания

**Ожидаемая продолжительность** – Ожидаемая продолжительность жизни: [http://ru.wikipedia.org/wiki/Ожидаемая\\_продолжительность\\_жизни](http://ru.wikipedia.org/wiki/Ожидаемая_продолжительность_жизни)

**Национальный проект** – Национальный проект здоровье: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Приоритетный\\_национальный\\_проект\\_«Здоровье»](https://ru.wikipedia.org/wiki/Приоритетный_национальный_проект_«Здоровье»)

**Послание Федеральному** – Послание Федеральному Собранию Российской Федерации URL: <http://archive.kremlin.ru/text/appears/2006/05/105546.shtml>

**Указ Президента** – Указ Президента РФ от 9 октября 2007г. №1351 «Об утверждении Концепции демографической политики Российской Федерации на период до 2025 года» URL: <http://base.garant.ru/191961/>

**Федеральная служба** – Федеральная служба государственной статистики URL: <http://www.gks.ru/>

**Белобородов, 2014** – Белобородов И.И. Продолжительность жизни и предотвратимая смертность населения России // Семья и социально-демографические исследования. 2014. № 4. Демографический научный журнал: <http://riss.ru/demography/demography-science-journal/12207/>

**Затонский, Сиротина, 2014** – Затонский А.В., Сиротина Н.А. Прогнозирование экономических систем по модели на основе регрессионного дифференциального уравнения // Экономика и математические методы. 2014. Т. 50. № 1. С. 91-99.

**Что представляет собой** – Что представляет собой трендовая модель URL: <http://www.putting-in.ru/forex/100-что-предstavlyayet-soboy-trendovaya-model.html>

**Многофакторные и нелинейные уравнения** – Многофакторные и нелинейные уравнения регрессии URL: [http://studme.org/148211111623/menedzhment/mnogofaktornye\\_nelineynye\\_uravneniya\\_regressii](http://studme.org/148211111623/menedzhment/mnogofaktornye_nelineynye_uravneniya_regressii)

**Авторегрессионные модели** – Авторегрессионные модели URL: [http://www.mbureau.ru/articles/dissertaciya-model-prognozirovaniya-vremennyh-ryadov-glava-1#p\\_1.3.2](http://www.mbureau.ru/articles/dissertaciya-model-prognozirovaniya-vremennyh-ryadov-glava-1#p_1.3.2)

**Эконометрический ликбез** – Эконометрический ликбез: временные ряды. Александр Цыплаков. Новосибирский государственный университет, Новосибирск, Россия URL: <http://quantile.ru/09/09-Literacy.pdf>

**Орлов, 2002** – Орлов А.И. Эконометрика Учебник. М.: Издательство "Экзамен", 2002.

**Ланкин, 2005** – Ланкин В.Е. Децентрализация управления социально-экономическими системами (системный аспект). Монография. Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2005. 228 с.

**Формула коэффициента** – Формула коэффициента корреляции Пирсона URL: <http://statpsy.ru/pearson/formula-pirsona/>

### References

**Ozhidaemaya prodolzhitel'nost'** – Ozhidaemaya prodolzhitel'nost' zhizni: [http://ru.wikipedia.org/wiki/Ozhidaemaya\\_prodolzhitel'nost'\\_zhizni](http://ru.wikipedia.org/wiki/Ozhidaemaya_prodolzhitel'nost'_zhizni)

**Natsional'nyi proekt** – Natsional'nyi proekt zdorov'e: [https://ru.wikipedia.org/wiki/Prioritetnyi\\_natsional'nyi\\_proekt\\_«Zdorov'e»](https://ru.wikipedia.org/wiki/Prioritetnyi_natsional'nyi_proekt_«Zdorov'e»)

**Poslanie Federal'nomu** – Poslanie Federal'nomu Sobraniyu Rossiiskoi Federatsii URL: <http://archive.kremlin.ru/text/appears/2006/05/105546.shtml>



**Ukaz Prezidenta** – Ukaz Prezidenta RF ot 9 oktyabrya 2007g. №1351 «Ob utverzhdenii Kontseptsii demograficheskoi politiki Rossiiskoi Federatsii na period do 2025 goda» URL: <http://base.garant.ru/191961/>

**Federal'naya sluzhba** – Federal'naya sluzhba gosudarstvennoi statistiki URL: <http://www.gks.ru/>

**Beloborodov, 2014** – Beloborodov I.I. Prodolzhitel'nost' zhizni i predotvratimaya smertnost' naseleniya Rossii // Sem'ya i sotsial'no-demograficheskie issledovaniya. 2014. № 4. Demograficheskii nauchnyi zhurnal: <http://riss.ru/demography/demography-science-journal/12207/>

**Zatonskii, Sirotina, 2014** – Zatonskii A.V., Sirotina N.A. Prognozirovaniye ekonomicheskikh sistem po modeli na osnove regressionnogo differentsial'nogo uravneniya // Ekonomika i matematicheskie metody. 2014. T. 50. № 1. S. 91-99.

**Chto predstavlyaet soboi** – Chto predstavlyaet soboi trendovaya model' URL: <http://www.putting-in.ru/forex/100-chto-predstavlyaet-soboy-trendovaya-model.html>

**Mnogofaktornye i nelineinye uravneniya** – Mnogofaktornye i nelineinye uravneniya regressii URL: [http://studme.org/148211111623/menedzhment/mnogofaktornye\\_nelineinye\\_uravneniya\\_regressii](http://studme.org/148211111623/menedzhment/mnogofaktornye_nelineinye_uravneniya_regressii)

**Avtoregressionnye modeli** – Avtoregressionnye modeli URL: [http://www.mbureau.ru/articles/dissertaciya-model-prognozirovaniya-vremennyh-ryadov-glava-1#p\\_1.3.2](http://www.mbureau.ru/articles/dissertaciya-model-prognozirovaniya-vremennyh-ryadov-glava-1#p_1.3.2)

**Ekonometricheskii likbez** – Ekonometricheskii likbez: vremennye ryady. Aleksandr Tsyplakov. Novosibirskii gosudarstvennyi universitet, Novosibirsk, Rossiya URL: <http://quantile.ru/09/09-Literacy.pdf>

**Orlov, 2002** – Orlov A.I. Ekonometrika Uchebnik. M.: Izdatel'stvo "Ekzamen", 2002.

**Lankin, 2005** – Lankin V.E. Detsentralizatsiya upravleniya sotsial'no-ekonomicheskimi sistemami (sistemnyi aspekt). Monografiya. Taganrog: Izd-vo TRTU, 2005. 228 s.

**Formula koeffitsienta** – Formula koeffitsienta korrelyatsii Pirsona URL: <http://statpsy.ru/pearson/formula-pirsona/>

УДК 004.942

### **Исследование возможностей повышения уровня ожидаемой продолжительности жизни в России на основе математических многофакторных моделей**

Елена Григорьевна Ряпосова

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Российская Федерация

**Аннотация.** Обоснована актуальность исследования влияния различных факторов на уровень ожидаемой продолжительности жизни в России. Выбран вид модели и построена линейная многофакторная модель, которая описывает динамику уровня ожидаемой продолжительности жизни и влияние на нее таких факторов, как уровень заработной платы, курс доллара, количество врачей, расходы консолидированного бюджета на здравоохранение. На основании прогноза выбранных факторов получен прогноз уровня ожидаемой продолжительности жизни. Выявлены закономерности изменения динамики уровня ожидаемой продолжительности жизни в зависимости от уровня заработной платы.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, прогнозирование, ожидаемая продолжительность жизни.